גיאומטריה אנליטית – סיכום

משוואת ישר

משוואה מהצורה $y = mx + n$ כאשר m ו n הם מספרים קבועים.

m - הוא המקדם של x והוא נקרא **שיפוע** הישר.

n - נקרא האיבר החופשי.

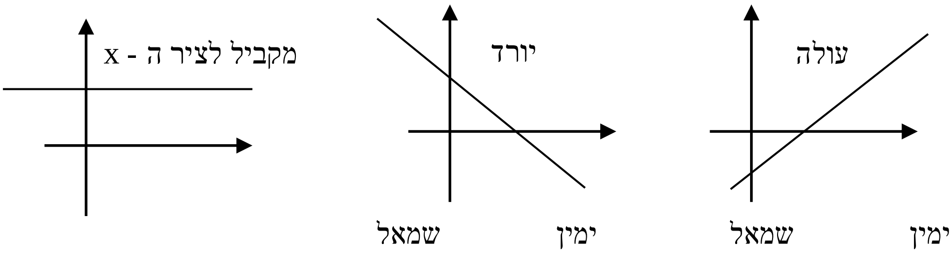
תכונות m ו n:

אם $m > 0$ - הישר עולה.

אם $m < 0$ - הישר יורד

אם $m = 0$ - הישר מקביל לציר ה - x.

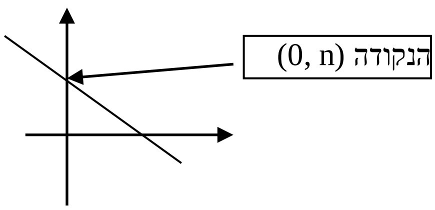
- בהינתן תיאור גרפי של ישר – כדי לבחון אם הוא עולה או יורד יש להסתכל על הישר משמאל לימין.



n - שיעור ה - y של נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה – y.

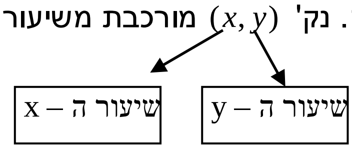
<u>במילים פשוטות יותר:</u>

עבור הישר $y = mx + n$ - נקודת החיתוך שלו עם ציר ה – y היא (0, n).



מושגים:

1. נק' (x, y) מורכבת משיעור ה - x של הנקודה ומשיעור ה - y של הנקודה.



2. ראשית הצירים – הנקודה $(0,0)$

נקודה על ישר

אם נקודה נמצאת על ישר היא מקיימת את משוואת הישר, כלומר:

אם נציב את שיעור ה – x של הנקודה במשוואת הישר, נקבל את שיעור ה – y של הנקודה.

(כך גם אם נרצה לבדוק אם ישר עובר דרך נקודה מסוימת).

שרטוט ישרים:

אם נתונה משוואת ישר ורוצים לשרטט את הישר:

א. בוחרים שלושה ערכי x כלשהם (שרירותיים) מציבים אותם במשוואת הישר ומוצאים את ה- y המתאים לכל x.

ב. בונים טבלה ומציבים את ערכי ה x וערכי ה y שמצאנו בהתאמה.

x			
y			

ג. מסמנים את שלושת הנקודות במערכת הצירים.

ד. מותחים קו בין שלושת הנקודות (וממשיכים אותו לשני הכיוונים).

נקודות חיתוך עם הצירים:

א. כדי למצוא את נקודת החיתוך של ישר עם ציר ה – x - מציבים y=0 במשוואת הישר ומוצאים את שיעור ה – x.

ב. כדי למצוא את נקודת החיתוך של ישר עם ציר ה – y - מציבים x=0 במשוואת הישר ומוצאים את שיעור ה – y.

נקודת חיתוך בין שני ישרים:

כדי למצוא את נקודת החיתוך בין שני הישרים:

א. מביאים את שתי משוואות הישרים לצורה: (בדרך כלל הן נתונות בצורה זו)

$$y = m_1 x + n_1$$

$$y = m_2 x + n_2$$

ב. משווים בין הישרים $m_1 x + n_1 = m_2 x + n_2$

ג. מוצאים את שיעור ה – x של הנקודה.

ד. מציבים את ה – x שמצאנו באחת ממשוואות הישרים על מנת למצוא את שיעור ה – y.

ה. כותבים את נקודת החיתוך בצורה (x,y)

זיהוי ישרים:

בהנתן משוואות ישרים ויש להתאימן לתיאור גרפי של הישרים יש לפעול לפי השלבים הבאים:

א. **יש להתאים לפי שיפוע – m.**

- אם $m>0$ - המשוואה תתאים לתיאור גרפי של ישר עולה.
- אם $m<0$ - המשוואה תתאים לתיאור גרפי של ישר יורד.

ב. במידה ויש יותר מישר אחד עולה או יותר מישר אחד יורד - **יש להתאים לפי ה – n.**

- כזכור - נקודת החיתוך של ישר עם ציר ה – y היא: (0,n)
- אם n חיובי, $n>0$, נדע שהישר חותך את ציר ה – y בנקודה חיובית.
- אם n שלילי, $n<0$, נדע שהישר חותך את ציר ה – y בנקודה שלילית.
- כלומר, לפי המיקום של נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה – y , ניתן להתאימו למשוואת ישר.

מציאת משוואות ישרים

מציאת משוואת ישר עפ"י נקודה (x_1,y_1) ושיפוע m

משוואת ישר ששיפועו m והוא עובר בנקודה (x_1,y_1)

היא: $y-y_1=m(x-x_1)$

מציאת משוואת ישר עפ"י שתי נקודות נתונות (x_1,y_1) , (x_2,y_2)

שלב א: מציאת השיפוע של הישר בעזרת הנוסחה: $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

שלב ב: מציאת משוואת הישר עפ"י השיפוע (שמצאנו בשלב הקודם) ועפ"י אחת מהנקודות הנתונות ושימוש בנוסחה: $y-y_1=m(x-x_1)$

ישרים מקבילים

אם שני ישרים מקבילים זה לזה אז השיפועים שלהם שווים.

מציאת משוואת ישר בהינתן שהוא מקביל לישר נתון ובהינתן נקודה (x_1, y_1)

שלב א: מוצאים מהו השיפוע של הישר אליו הוא מקביל.

השיפוע של הישר אותו אנו מחפשים הוא כמו השיפוע של הישר אליו הוא מקביל.

שלב ב: מוצאים את משוואת הישר עפ"י השיפוע ועפ"י הנקודה הנתונה ושימוש בנוסחה:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

הוכחה ששני ישרים מקבילים

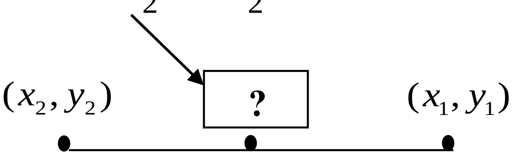
אם שני ישרים שונים הם בעלי שיפועים שווים אז הם מקבילים זה לזה

כדי לבדוק אם שני ישרים מקבילים זה לזה – מוצאים את השיפוע של כל אחד מן הישרים בעזרת הנוסחה: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ובודקים אם השיפועים שווים.

- כדי להוכיח שמרובע הוא מקבילית צריך להוכיח ש**כל** שתי צלעות נגדיות שלו מקבילות זו לזו. כלומר – יש למצוא את השיפועים של הצלעות הנגדיות (בעזרת הנוסחה למציאת שיפוע) ולוודא שהשיפועים של הצלעות הנגדיות שווים.

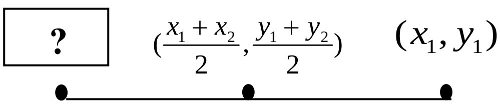
אמצע קטע

אמצע קטע שקצותיו הן הנקודות (x_1, y_1) (x_2, y_2) הוא בנקודה: $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$



במידה ונתונות שתי נקודות הקצה של הקטע אזי מוצאים את אמצע הקטע לפי נוסחה זו.

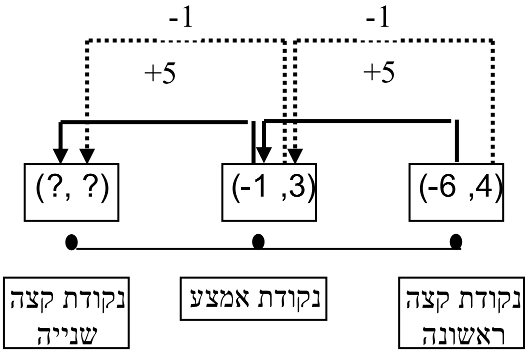
במידה ונתונה נקודת אמצע הקטע ונקודת קצה נוספת כמו בשרטוט הבא:



<u>מומלץ להשתמש **בשיטת הדילוגים**</u>:

נסביר באמצעות דוגמא:

נניח שנתונה נקודה קצה: (4, -6) ונקודת אמצע: (3, -1) ויש למצוא את נקודת הקצה השנייה.



אזי, כמו שניתן לראות בשרטוט:

- מ -6 (שיעור ה – x של נקודת הקצה) ל -1 (שיעור ה – x של נקודת האמצע) הוספנו 5.
  לכן ל -1 נוסיף 5 כדי למצוא את שיעור ה – x של נקודת הקצה השנייה ונקבל **4**.
- מ 4 (שיעור ה – y של נקודת הקצה) ל 3 (שיעור ה – y של נקודת האמצע) הורדנו אחד.
  לכן מ 3 נוריד אחד כדי למצוא את שיעור ה – y של נקודת הקצה השנייה ונקבל **2**.
- ולכן נקודת הקצה השנייה היא: **(4,2)**

<u>אפשרות נוספת כדי למצוא את נקודת הקצה השנייה היא</u>:

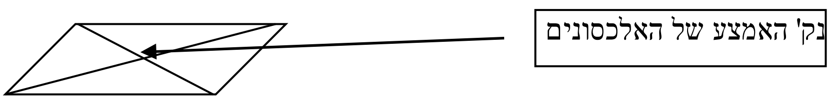
נסמן את נקודת הקצה השנייה ב (x_2, y_2) ונפתור את שתי המשוואות הבאות על מנת למצוא אותה.

$$\frac{-6+x_2}{2}=-1 \Leftarrow -6+x_2=-2 \Leftarrow x_2=-2+6 \Leftarrow x_2=4$$

$$\frac{4+y_2}{2}=3 \Leftarrow 4+y_2=6 \Leftarrow y_2=6-4 \Leftarrow y_2=2$$

בעצם אנו מציבים בנוסחה למציאת נקודת האמצע – אלא שהפעם הנעלם הוא לא נקודת האמצע אלא נקודת הקצה.

- נקודת מפגש האלכסונים במקבילית היא <u>נקודת האמצע</u> של האלכסונים.
  (כי במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה).



המרחק בין שתי נקודות (מרחק = d = distance)

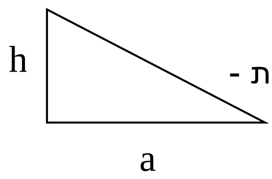
המרחק בין שתי נקודות (x_1, y_1) (x_2, y_2) הוא : $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

אורך של צלע – זה בעצם המרחק בין שני הקודקודים של אותה צלע.

- כדי להוכיח שמרובע הוא מעוין מספיק להוכיח שכל צלעותיו שוות זו לזו.
  כלומר, מוצאים מה האורך של כל אחת מהצלעות (ע"י מציאת המרחק בין הקודקודים של הצלע) ובודקים אם האורכים שווים.

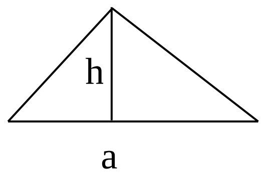
תוספות:

א. שטח משולש ישר זווית -



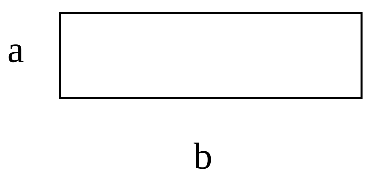
$$\frac{a \times h}{2}$$

ב. שטח משולש –



$$\frac{a \times h}{2}$$

ג. שטח מלבן -



$$a \times b$$